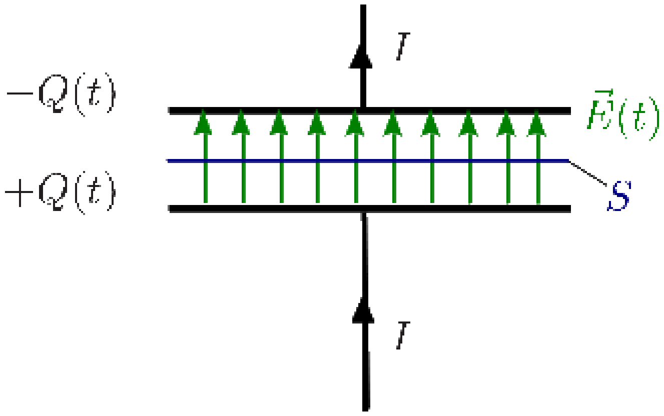
1 Enunciado

Tenemos un condensador plano de placas circulares de radio $R = 2.30\,\mathrm{cm}$ separadas par una distancia $d = 1.10\,\mathrm{mm}$. Al condensador llega una corriente $I = 5.00\,\mathrm{A}$. Calcula la corriente de desplazamiento en el interior del condensador.

2 Solución



La corriente que llega al condensador provoca que en una de sus placas aparezca una carga $Q(t)$. Esta carga crea un campo eléctrico entre las cargas y produce una carga $-Q(t)$ en la placa opuesta, pues ambas placas están en influencia total. Este campo eléctrico depende del tiempo, y la corriente de desplazamiento es proporcional a la derivada en el tiempo del flujo eléctrico de este campo. Si llamamos I_0 a la corriente que llega a las placas tenemos

$$I_0 = \frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t}$$

Esto es así por que la carga que lleva la corriente no puede atravesar el condensador y queda depositada en la placa del condensador.

Como el radio de las placas del condensador es mucho menor que la distancia que las separa ($R \ll d$), está justificado despreciar los efectos de borde. Suponemos entonces que el campo eléctrico entre las placas del condensador es uniforme y perpendicular a las placas

$$\vec{E}(t) = E_0(t)\,\vec{u}$$

El vector $\vec{u}$ es un vector unitario que va desde la placa con carga positiva a la negativa.

Vimos en el tema dos que el campo creado entre dos placas con densidades de carga del mismo valor absoluto y signos contrarios era

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}$$

donde σ es la densidad superficial de carga. En nuestro caso la densidad superficial de carga es

$$\sigma = \frac{Q(t)}{A}$$

siendo $A = \pi R^2$ el área de las placas del condensador. Entonces el campo eléctrico entre las placas puede escribirse

$$\vec{E}(t) = \frac{Q(t)}{\varepsilon_0 A}\,\vec{u}$$

Vamos a calcular la corriente de desplazamiento que atraviesa el condensador. El flujo eléctrico a través de una superficie paralela a las placas es

$$\Phi_e = \int_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \int_S (E_0(t)\,\vec{u})\cdot(\mathrm{d}A\,\vec{u}) = \int_S E_0(t)\,\mathrm{d}A$$

Como el campo eléctrico es uniforme tenemos

$$\Phi_e = E_0(t)\,A = \frac{Q(t)}{\varepsilon_0 A}A = \frac{Q(t)}{\varepsilon_0}$$

La corriente de desplazamiento es

$$I_d = \varepsilon_0\frac{\mathrm{d}\Phi_e}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t}$$

Pero este valor es igual a la corriente que llega a las placas.

$$I_d = I_0 = \frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t}$$

Vemos entonces que la corriente de desplazamiento entre las placas del condensador es igual a la corriente de conducción en el cable. Este hecho es el que hace que la Ley de Ampère-Maxwell pueda aplicarse a cualquier superficie apoyada en una curva cerrada. La Ley es

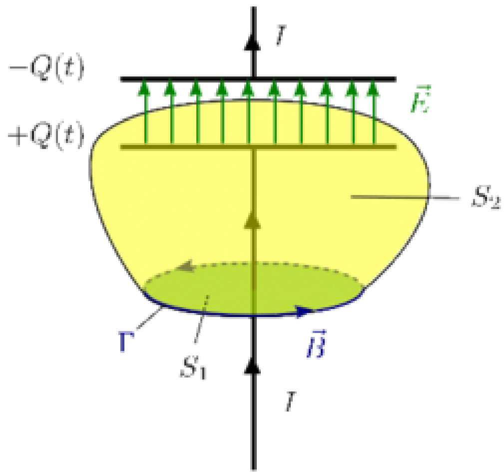
$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\,[I + I_d]_{S_\Gamma}$$

En el sistema de la figura, consideramos dos superficies apoyadas en la curva cerrada Γ. Si aplicamos la Ley de Ampère en la superficie S_1 tenemos

$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\,[I + I_d]_{S_1} = \mu_0\,I_0$$

Mientras que si lo hacemos en la superficie dos tenemos

$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\,[I + I_d]_{S_2} = \mu_0\, I_d = \mu_0\, I_0$$



Hay que señalar que el hecho de que la corriente de conducción en el cable y la corriente de desplazamiento en el interior del condensador sean numéricamente iguales **no quiere decir** que podamos escribir la Ley de Ampère-Maxwell así

$$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\,[I + I_d]_{S_\Gamma} = \mu_0\,[2\, I_0]_{S_\Gamma}$$

Esto **no es correcto**. La corriente de conducción y la de desplazamiento aparecen en lugares distintos. La de conducción en el cable y la de desplazamiento en el interior del condensador.